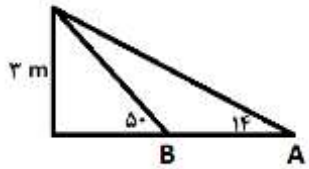
تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		ساعت برگزاری: ۱۰:۰۰ صبح
سال تحصیلی: ۱۴۰۲- ۱۴۰۱	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان یزد مدیریت آموزش و پرورش شهرستان میبد اداره استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان دبیرستان دوره دوم شهید رحیمی فر	نوبت: دی ماه
نام و نام خانوادگی:		سوالات درس: ریاضی (۱)
نام پدر:		تعداد صفحات: ۴
رشته تحصیلی:		تعداد سوالات: ۱۵
پایه تحصیلی: دهم		مدت پاسخ گویی: ۱۰۰ دقیقه

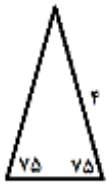
نام و نام خانوادگی دبیر: نمره به عدد: نمره به حروف: امضاء دبیر:

ردیف	ضمن خیرمقدم به دانش آموزان و داوطلبان عزیز،سؤالات زیر را به دقت بخوانید و با توکل به خدا وآرامش خاطر پاسخ دهید.	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) تعداد اعضای مجموعه $W - N$ با تعداد اعضای $[-۴,۳] - (-۴,۳]$ یکسان است. ب) مجموعه $A = \{x \mid x \in N , x \leq ۱۰۰۰^{۱۰۰۰^{۱۰۰۰}}\}$ یک مجموعه متناهی است. پ) در نیم دایره مثلثاتی بالا، با افزایش زاویه ، مقدار سینوس زاویه نیز افزایش می یابد. ت) تساوی $\sqrt[۳]{-۲} = \sqrt[۶]{(-۲)^۲}$ برقرار است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) حاصل $(A \cap B') \cup (B \cap A)$ برابر ..... است. ب) متمم بازه $(-\infty, ۲]$ به صورت ..... است. پ) عدد $\sqrt[۵]{۱۲۶} - ۱$ بین دو عدد صحیح متوالی ..... و ..... قرار دارد.	۱
۳	سوالات کوتاه پاسخ : الف) بین دو عدد ۲۰۲۲ و ۲۰۲۳ ، تعداد ۱۴۰۱ واسطه حسابی درج کردیم، قدرنسبت دنباله حاصل چیست؟ ب) کمترین و بیشترین مقدار عبارت $A = ۳\sin^۲\alpha - ۱$ را بیابید. پ) اگر $\sqrt[۳]{\sqrt[۳]{۳۲}} = ۲^{\frac{m}{n}}$ باشد $(m, n \in N)$، کمترین مقدار $m + n$ چیست؟	۰/۵ ۱ ۰/۵
۴	مجموعه‌های (بازه‌های) $A_n = [\frac{۱}{n+۱} , \frac{۱}{n}]$ که در آن‌ها n عددی طبیعی باشد، را در نظر بگیرید. مجموعه‌های زیر را تعیین کنید. الف) $\bigcup_{i=۱}^{۴} A_i =$ ب) $\bigcap_{i=۱}^{۴} A_i =$	۱/۵

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		ساعت برگزاری: ۱۰:۰۰ صبح
سال تحصیلی: ۱۴۰۲- ۱۴۰۱ نام و نام خانوادگی: نام پدر: رشته تحصیلی: پایه تحصیلی: دهم	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان یزد مدیریت آموزش و پرورش شهرستان میبد اداره استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان دبیرستان دوره دوم شهید رحیمی فر	نوبت: دی ماه سوالات درس: ریاضی (۱) تعداد صفحات: ۴ تعداد سوالات: ۱۵ مدت پاسخ گویی: ۱۰۰ دقیقه

۵	**از ۷۳ نفر دانش آموز پایه دهم یک مدرسه ۴۳ نفر به فوتبال ، ۲۸ نفر به والیبال و ۱۲ نفر به هیچ یک از این دو رشته علاقه ای ندارند. با تشریح راه حل خود به سوالات زیر پاسخ دهید :** **الف) چند نفر به هر دو رشته علاقه مندند.** **ب). چند نفر دقیقاً به یک رشته علاقه مندند.** **پ) چند نفر به حداکثر یک رشته علاقه مندند.**	۱/۵
۶	**در یک دنباله حسابی $a_{۵} = ۲۰$ و $a_{۷} + a_{۱۱} = ۶۴$ می‌باشد، جمله‌ی عمومی این دنباله را تعیین کنید.**	۱
۷	**در یک دنباله هندسی جمله سوم $\frac{۱}{۴}$ و جمله ششم $\frac{۱}{۱۰۸}$ است. جمله عمومی این دنباله را بیابید. جمله بیست و سوم چند برابر جمله بیستم است؟**	۱/۵
۸	**حاصل عبارت زیر را تعیین کنید.** $\sin^{۲}۱^{\circ} + \sin^{۲}۲^{\circ} + \sin^{۲}۳^{\circ} + \ldots + \sin^{۲}۸۸^{\circ} + \sin^{۲}۸۹^{\circ} =$	۱/۲۵
۹	**درختی به ارتفاع ۳ متر از نقطه A با زاویه ۱۴ درجه و از نقطه B با زاویه ۵۰ درجه دیده می شود. فاصله A از B به طور تقریبی چقدر است؟ ($tan ۱۴ \simeq ۰/۲۵$ و $\tan ۵۰ \simeq ۱/۱۹$)** 	۱

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		ساعت برگزاری: ۱۰:۰۰ صبح
سال تحصیلی: ۱۴۰۲- ۱۴۰۱ نام و نام خانوادگی: نام پدر: رشته تحصیلی: پایه تحصیلی: دهم	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان یزد مدیریت آموزش و پرورش شهرستان میبد اداره استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان دبیرستان دوره دوم شهید رحیمی فر	نوبت: دی ماه سوالات درس: ریاضی (۱) تعداد صفحات: ۴ تعداد سوالات: ۱۵ مدت پاسخ گویی: ۱۰۰ دقیقه

۱۰	مساحت شکل زیر را بیابید. 	۰/۵
۱۱	**اگر $\cot\alpha = -\frac{۱}{۳}$ و α زاویه ای در ناحیه دوم مثلثاتی باشد، دیگر نسبت های مثلثاتی این زاویه را بیابید.**	۱/۵
۱۲	**اتحاد مثلثاتی زیر را ثابت کنید.** $\frac{۱}{\cos^۴\alpha} - \frac{۱}{\cot^۴\alpha} = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} + \frac{۱}{\cot^۲\alpha}$	۱/۵
۱۳	**ابتدا حاصل عبارت $(x-۱)(x+۱)(x^۲+۱)(x^۴+۱)(x^۸+۱)$ را به کمک اتحاد به ساده ترین صورت بنویسید و سپس حاصل را به ازای $x = \sqrt{۲}$ محاسبه کنید.**	۱/۲۵
۱۴ ۰/۵	**الف) عبارت روبرو را تجزیه کنید. $۲x^۳ - x^۲ - ۲x +$ ۱** **ب) اگر $\sqrt{x+۴} - \sqrt{x+۱} = ۲$ باشد حاصل $\sqrt{x+۴} + \sqrt{x+۱}$ را تعیین کنید.**	۰/۷۵

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان یزد مدیریت آموزش و پرورش شهرستان میبد اداره استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان دبیرستان دوره دوم شهید رحیمی فر	ساعت برگزاری: ۱۰:۰۰ صبح
سال تحصیلی: ۱۴۰۲- ۱۴۰۱		نوبت: دی ماه
نام و نام خانوادگی:		سوالات درس: ریاضی (۱)
نام پدر:		تعداد صفحات: ۴
رشته تحصیلی:		تعداد سوالات: ۱۵
پایه تحصیلی: دهم		مدت پاسخ گویی: ۱۰۰ دقیقه

۱۵	**الف) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.**	
	$\left(\frac{۱}{۴}\right)^{\sqrt{۳}-۲} \times ۲^{۲\sqrt{۳}+۴} =$	۰/۷۵
	$\sqrt[۵]{۱۲۵} \div \sqrt[۳]{۲۵} =$	۰/۷۵
	ب) مخرج کسر را گویا کنید.	
	$\frac{۲}{\sqrt[۳]{x}-۳}$	۰/۷۵
	موفق و پیروز باشید.	۲۰

پاسخ تشریحی ریاضی دهم - شهید رجایی فر - صبد تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۳۰ احسان محنی زاده

سؤال ۱) الف) درست ب) درست ج) نادرست ت) نادرست

سؤال ۲) الف) A ب) $(2, +\infty)$ ج) ۲- و ۱-

سؤال ۳)

الف) $\underbrace{۲۰۲۲, \dots, ۲۰۲۳}_{k=۱۴۰۱} \rightarrow d = \frac{۲۰۲۳ - ۲۰۲۲}{۱۴۰۱ + ۱} = \frac{۱}{۱۴۰۲}$

ب) $A = ۳\sin^۲\alpha - ۱ \rightarrow ۰ \leq \sin^۲\alpha \leq ۱ \xrightarrow{\times ۳} ۰ \leq ۳\sin^۲\alpha \leq ۳ \xrightarrow{+(-۱)}$

$\Rightarrow -۱ \leq A \leq ۲$

ج) $\sqrt[۹]{۳۲} = \sqrt[۹]{۲^۵} = ۲^{\frac{۵}{۹}} = ۲^{\frac{m}{n}} \Rightarrow \begin{cases} m = ۵ \\ n = ۹ \end{cases} \Rightarrow m + n = ۵ + ۹ = ۱۴$

سؤال ۴)

$A_n = \left[\frac{۱}{n+۱}, \frac{۱}{n}\right]$

الف) $\bigcup_{i=۱}^{۴} A_i = A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳ \cup A_۴$

$\rightarrow \begin{cases} A_۱ = \left[\frac{۱}{۲}, ۱\right] \\ A_۲ = \left[\frac{۱}{۳}, \frac{۱}{۲}\right] \\ A_۳ = \left[\frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۳}\right] \\ A_۴ = \left[\frac{۱}{۵}, \frac{۱}{۴}\right] \end{cases} \Rightarrow \bigcup_{i=۱}^{۴} A_i = \left[\frac{۱}{۵}, ۱\right]$

ب) $\bigcap_{i=۱}^{۴} A_i = A_۱ \cap A_۲ \cap A_۳ \cap A_۴ = \emptyset$

سؤال ۵)

$n(U) = ۷۳$ و $A =$ فوتبال $\Rightarrow n(A) = ۴۳$ والیبال $= B \Rightarrow n(B) = ۲۸$ ، $n(A \cap B') = ۱۲$

الف) $n(A \cap B) = ?$

$\Rightarrow n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - [n(A) + n(B) - n(A \cap B)] = ۱۲$

$\Rightarrow ۱۲ = ۷۳ - (۴۳ + ۲۸ - n(A \cap B)) \Rightarrow n(A \cap B) = ۲$

ب) $n(A - B) \cup n(B - A) = n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) = ۴۳ + ۲۸ - ۲ \times ۲ = ۷۱ - ۴ = ۶۷$

ج) $n(U) - n(A' \cap B') = ۷۳ - ۱۲ = ۶۱$

Scanned with CamScanner

سوال ۶

$$\begin{cases} a_5 = 20 \longrightarrow a_1 + 4d = 20 \\ a_7 + a_{11} = 44 \longrightarrow (a_1+6d) + (a_1+10d) = 44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 4d = 20 \\ 2a_1 + 16d = 44 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(-2) \; -2a_1 - 8d = -40 \\ x(1) \; 2a_1 + 16d = 44 \end{cases} \xrightarrow{\oplus} 8d = 24 \Rightarrow \boxed{d=3} \; , \; a_1 + 12 = 20 \Rightarrow \boxed{a_1 = 8}$$

$$\Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d = 8 + (n-1)\times 3 = 3n + 5$$

سوال ۷

$$\begin{cases} a_4 = \frac{1}{4} \longrightarrow a_1 q^3 = \frac{1}{4} \\ a_7 = \frac{1}{108} \longrightarrow a_1 q^6 = \frac{1}{108} \end{cases} \xrightarrow[\text{تقسیم دو رابطه بر هم}]{} \frac{a_1 q^6}{a_1 q^3} = \frac{\frac{1}{108}}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{1}{q^3} = 27 \Rightarrow q^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a_1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{9} a_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow a_1 = \frac{9}{4} \Rightarrow a_n = a_1 q^{n-1} = \frac{9}{4} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\frac{a_{23}}{a_{20}} = \frac{a_1 q^{22}}{a_1 q^{19}} = q^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

سوال ۱۵

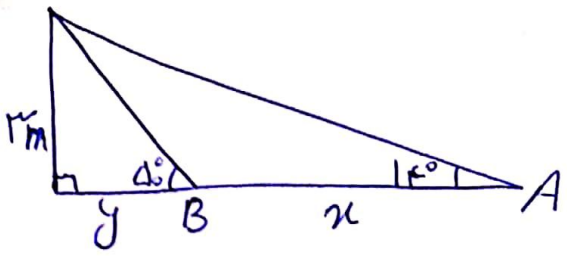
$$\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \cdots + \underbrace{\sin^2 88^\circ}_{\cos^2 2^\circ} + \underbrace{\sin^2 89^\circ}_{\cos^2 1^\circ}$$

$$\underbrace{(\sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ)}_{1} + \underbrace{(\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ)}_{1} + \underbrace{(\sin^2 3^\circ + \sin^2 87^\circ)}_{1} + \cdots + \underbrace{(\sin^2 44^\circ + \sin^2 46^\circ)}_{1} + \sin^2 45^\circ$$

$$= 44 \times 1 + \sin^2 45^\circ = 44 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 44 + \frac{2}{4} = 44 + \frac{1}{2} = \frac{89}{2}$$

Scanned with CamScanner

سوال ۹)



$$\tan 50^\circ = \frac{3}{y} = 1/19 = \frac{3}{y}$$

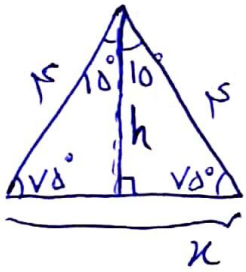
$$\Rightarrow y = \frac{3}{1/19} = \frac{300}{119}$$

$$\tan 14^\circ = \frac{3}{x+y} = \frac{14}{100} = \frac{3}{x+y}$$

$$\Rightarrow x+y = \frac{300}{14} = 21$$

$$\Rightarrow \frac{300}{119} + x = 21 \Rightarrow x = 21 - \frac{300}{119} = \frac{119\times 21 - 300}{119} = \frac{1148}{119} \simeq 9/47$$

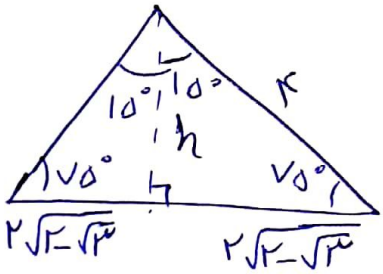
سوال ۱۰)



$$x^2 = 4^2 + 4^2 - 2\times 4\times 4\times \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow x^2 = 16+16 - 32\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 32 - 16\sqrt{3} = 16(2-\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{16(2-\sqrt{3})} = 4\sqrt{2-\sqrt{3}} = 0/52$$



$$h^2 + \left(4\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow h^2 + 8(2-\sqrt{3}) = 16$$

$$\Rightarrow h^2 = 16 - 16 + 8\sqrt{3} = 16 + 8\sqrt{3} = 8(2+\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{8(2+\sqrt{3})} = 2\sqrt{4+2\sqrt{3}} = \text{ارتفاع}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}\times 2\sqrt{4+2\sqrt{3}}\times 4\sqrt{2-\sqrt{3}} = 4\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 4\sqrt{4-3} = 4$$

سوال ۱۱)

$$\cot\alpha = -\frac{1}{3} \longrightarrow \cot^2\alpha = \frac{1}{9} \longrightarrow \underbrace{-1+1+\cot^2\alpha}_{\frac{1}{\sin^2\alpha}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2\alpha} = \frac{1}{9} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2\alpha} = \frac{10}{9} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{9}{10} \Rightarrow \sin\alpha = \pm\frac{3}{\sqrt{10}} \xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه دوم}} \sin\alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\sqrt{1-\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2} = -\sqrt{1-\frac{9}{10}} = -\sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{-1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{+1}{\cot\alpha} = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3$$

Scanned with CamScanner

سؤال ۱۲)

$$\frac{1}{\cos^4\alpha}-\frac{1}{\cot^4\alpha}=\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{1}{\cot^2\alpha}=\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{\cot^4\alpha-\cos^4\alpha}{\cos^4\alpha\cot^4\alpha}=\frac{(\cot^2\alpha-\cos^2\alpha)(\cot^2\alpha+\cos^2\alpha)}{(\cos\alpha\cot\alpha)^4}=\frac{\left(\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}-\cos^2\alpha\right)\left(\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}+\cos^2\alpha\right)}{\left(\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}\right)^2}$$

$$=\frac{\cos^2\alpha\left(\frac{1}{\sin^2\alpha}-1\right)\cos^2\alpha\left(\frac{1}{\sin^2\alpha}+1\right)}{\cos^4\alpha\times\frac{1}{\sin^2\alpha}}=\frac{\cos^4\alpha\left(\frac{1}{\sin^2\alpha}-1\right)\left(\frac{1}{\sin^2\alpha}+1\right)}{\cos^4\alpha\times\frac{1}{\sin^2\alpha}}$$

$$=\frac{\frac{1}{\sin^4\alpha}-1}{\frac{1}{\sin^2\alpha}}=\frac{\frac{1-\sin^4\alpha}{\sin^4\alpha}}{\frac{1}{\sin^2\alpha}}=\frac{(1-\sin^2\alpha)\sin^2\alpha}{\sin^4\alpha}=\frac{1-\sin^4\alpha}{\sin^2\alpha}$$

$$\Rightarrow\frac{(1-\sin^2\alpha)(1+\sin^2\alpha)}{\sin^2\alpha}=\frac{\cos^2\alpha(1+\sin^2\alpha)}{\sin^2\alpha}=\cot^2\alpha(1+\sin^2\alpha)$$

$$=\cot^2\alpha+\cos^2\alpha=\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}+\cos^2\alpha=\cos^2\alpha\left(\frac{1}{\sin^2\alpha}+1\right)=\cos^2\alpha\left(\frac{1+\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}\right)$$

سؤال ۱۳) $\underbrace{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)}_{\text{مزدوج}}=\underbrace{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)}_{\text{مزدوج}}$

$$=\underbrace{(x^4-1)(x^4+1)}_{\text{مزدوج}}(x^8+1)=\underbrace{(x^8-1)(x^8+1)}_{\text{مزدوج}}=x^{16}-1\xrightarrow{x=\sqrt{2}}(\sqrt{2})^{16}-1=2^8-1$$

$$=256-1=255$$

سؤال ۱۴) الف) $2x^3-x^2-2x+1=(2x^3-2x)+(-x^2+1)=2x(x^2-1)-(x^2-1)$

$$=(x^2-1)(2x-1)=(x-1)(x+1)(2x-1)$$

Scanned with CamScanner

سوال ۱۴) ب)

$\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}=a$ $\quad$ $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}=4$

$\rightarrow (\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1})=2(\underbrace{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}}_{a})$

$x+2-(x+1)=2a \Rightarrow x-x+2-1=2a \Rightarrow 1=2a \Rightarrow \boxed{a=\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \boxed{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}=\frac{1}{2}}$

سوال ۱۵)

الف) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}-2} \times 2^{2\sqrt{3}+2} = \left(2^{-1}\right)^{\sqrt{3}-2} \times 2^{2\sqrt{3}+2} = 2^{-2\sqrt{3}+2} \times 2^{2\sqrt{3}+2}$

$= 2^{-2\sqrt{3}+2+2\sqrt{3}+2} = 2^{4} = 16$

$\sqrt[5]{125} \div \sqrt[3]{25} = \sqrt[5]{5^3} \div \sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{3}{5}} \div 5^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{3}{5}} \times \frac{1}{5^{\frac{2}{3}}} = 5^{\frac{3}{5}} \times 5^{-\frac{2}{3}} = 5^{\frac{9}{15}-\frac{10}{15}} = 5^{-\frac{1}{15}}$

ب) $\frac{2}{\sqrt[3]{x}-4} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}+4\sqrt[3]{x}+16}{\sqrt[3]{x^2}+4\sqrt[3]{x}+16} = \frac{2\sqrt[3]{x^2}+8\sqrt[3]{x}+32}{x-64}$

Scanned with CamScanner